

1) Siano $P(x) = 3x^6 + x^3 + 3x - 1$, $S(x) = x^2 - x + 1$. $\frac{P(x)}{S(x)} = Q(x) + \frac{R(x)}{S(x)}$ con il grado di R inferiore al grado di S . Si trovi $Q(x)$.

2) Si risolva la disequazione $\frac{2x+1}{x^2} - 2 < \frac{x-2}{x}$.

3) Si risolva la disequazione $\sqrt{2x+3} > 2x-3$.

4) Si risolva la disequazione $\frac{2x-2}{2x-\sqrt{2x+1}} < 0$.

5) Si risolva la disequazione $\frac{-|x|+\sqrt{2|x|-3}}{4-x^2} > 0$.

6) Si calcoli l'area dell'insieme $4 \geq y \geq ||3x| - 2|$

7) Si risolva la disequazione $|\sin x| \geq \sqrt{3} \cos x$.

8) Si dica quanto vale il numero $2^{\log 3} \cdot 3^{\log \frac{1}{2}}$

9) Si risolva la disequazione $\frac{|\cos x| + \sqrt{3} \sin x}{\cos x - \sin x} \geq 0$.

10) Si semplifichino il più possibile le espressioni $\frac{3}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} - \frac{2}{2 + \sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2} + 2}$

11) Si semplifichino il più possibile le espressioni $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - \sqrt{ab}(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}),$

$$\sqrt{ab+1+2\sqrt{ab}} + \sqrt{ab+1-2\sqrt{ab}}$$

potrebbero essere utili le relazioni: $a^2 - b > 0$, $\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$, $\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} - \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$

12) Individuare l'insieme del piano dato da $|x^2 + y| \leq |y^2 + x|$

13) Per a e b positivi qualsiasi si trovi l'area dell'insieme definito da $||x + a| - |y - a|| \leq a$ e $|y| \leq b$

14) Si risolva l'equazione $\sqrt{3x^2 - 25} - \sqrt{\frac{x-3}{x^2+1}}$

15) Si risolva l'equazione $(x+3)^{1/2} - (x+2)^{1/3} = 1$

(Preso da <http://staff.imsa.edu/math/journal/volume1/articles/Proposed1.pdf>)

16) Si risolva il sistema di equazioni
$$\begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ x + z = \sqrt{4y - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \end{cases}$$

(Preso da <http://staff.imsa.edu/math/journal/volume1/articles/Proposed1.pdf>)

17) Si trovino le 27 soluzioni del sistema
$$\begin{cases} y = 4x^3 - 3x. \\ z = 4y^3 - 3y. \\ x = 4z^3 - 3z. \end{cases}$$

(Preso da <http://www.mathpropress.com/archive/RabinowitzProblems1963-2005.pdf>, pag.11)